Aufgabe 1

Bilde die erste Ableitung: $f(x) = x^3 \cdot \sin(2x)$

Aufgabe 2

Bilde eine Stammfunktion: $f(x) = \pi - \frac{1}{4}\sin(1 - \frac{1}{8}x)$

Aufgabe 3

Löse die Gleichung: $\left(e^{2x} - \frac{1}{e^2}\right) \cdot (x^3 - 8) = 0$

Aufgabe 4

Zeige, dass das Schaubild von f mit $f(x) = x \cdot e^{-x}$ an der Stelle x = 1 einen Hochpunkt hat.

Aufgabe 5

Gegeben sind vier Ebenen E, F, G und H mit

$E: -4x_1 + 12x_2 - 8x_3 = 7$

$F: \quad x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 1$

$G: \quad x_1 - x_2 + x_3 = 1$

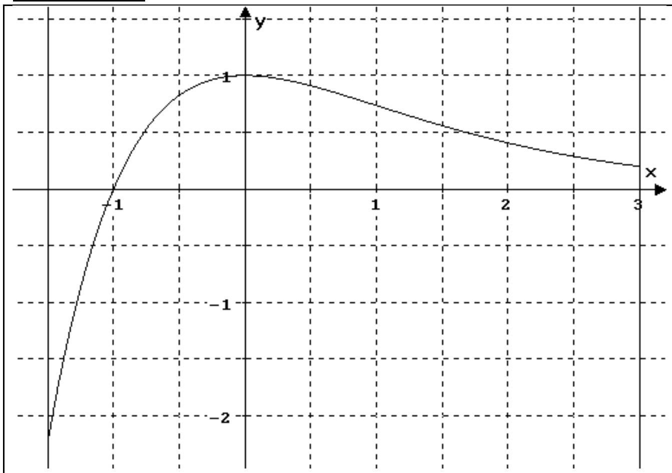
$H: \; 2x_1 + 5x_2 = 6$

a) Welche besondere Lage haben die Ebenen E und F zueinander?
Wie erkennst du dies an den Koordinatengleichungen?
Wie wäre die rechte Seite in der Gleichung von E abzuändern, damit E und F identische Ebenen wären?

b) Bestimme die Schnittgerade der Ebenen F und G.

c) Welche besondere Lage hat die Ebene H im Koordinatensystem?

Aufgabe 6



h ist eine für $x \in \mathbb{R}$ differenzierbare Funktion.

Obenstehend ist für $-1{,}5 \le x \le 3$ das Schaubild ihrer Ableitungsfunktion h' dargestellt.

Entscheide, ob folgende Aussagen über die Funktion h richtig, falsch oder unentscheidbar sind.
Begründe deine Entscheidung.

(1) An der Stelle $x = -1$ hat das Schaubild von h einen Tiefpunkt.

(2) $h(x) > 0$ für $0 \le x \le 3$.

(3) An der Stelle $x = 0$ hat das Schaubild von h eine Tangente, die parallel ist zu y = x – 7

(4) h ist streng monoton wachsend für $-1{,}5 \le x \le 0$.

Aufgabe 1 $f(x) = x^3 \cdot \sin(2x)$ Produktregel und Kettenregel

$f'(x) = 3x^2 \cdot \sin(2x) + x^3 \cdot 2 \cdot \cos(2x)$

Aufgabe 2 $f(x) = \pi - \frac{1}{4}\sin(1 - \frac{1}{8}x)$

$F(x) = \pi x - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{\frac{1}{8}} \cdot \cos\left(1 - \frac{1}{8}x\right) = \pi x - 2\cos(1 - \frac{1}{8}x)$

Aufgabe 3 $\left(e^{2x} - \frac{1}{e^2}\right) \cdot (x^3 - 8) = 0$ Nicht ausmultiplizieren!!!! Nullproduktsatz!

$\left(e^{2x} - \frac{1}{e^2}\right) = 0$ oder $(x^3 - 8) = 0$

$e^{2x} = \frac{1}{e^2} = e^{-2}$ $2x = -2$ $x = -1$ Bei gleicher Basis einfach die Hochzahlen vergleichen.

$x^3 - 8 = 0$ $x^3 = 8$ $x = \sqrt[3]{8} = 2$ Somit zwei Lösungen: x = -1 und x = 2

Aufgabe 4 $f(x) = x \cdot e^{-x}$ Hochpunkt bei x = 1. Somit zwei Ableitungen und …

$f'(x) = 1 \cdot e^{-x} + x \cdot (-1) \cdot e^{-x} = e^{-x} \cdot (1 - x)$

$f''(x) = -e^{-x} \cdot (1 - x) + e^{-x} \cdot (-1) = e^{-x} \cdot (-1 + x - 1) = e^{-x} \cdot (-2 + x)$

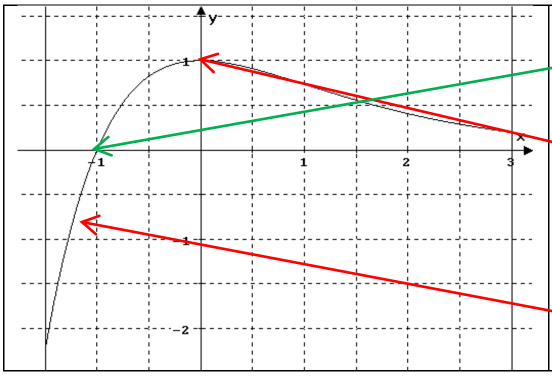
$f'(x) = 0 \quad e^{-x} \neq 0 \quad 1 - x = 0 \quad somit\ x = 1$

$f''(1) = e^{-1} \cdot (-2 + 1) = -e^{-1} < 0 \quad also\ ein\ Hochpunkt\ an\ der\ Stelle\ x = 1$

Aufgabe 5

$E: -4x_1 + 12x_2 - 8x_3 = 7$ $F: \quad x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 1$ $G: \quad x_1 - x_2 + x_3 = 1$ $H: \quad 2x_1 + 5x_2 = 6$	(1) Die Normalenvektoren sind Vielfache voneinander; somit sind die Ebenen parallel. Erkennbar an den Normalenvektoren. Statt 1 müsste -4 stehen. (2) LGS lösen: 1 -3 2 1 (-1)mal und zur 2. Zeile addieren 1 -1 1 1 1 3 2 1 0 2 -1 0 somit $x_3 = t$ dann $x_2 = 0{,}5t$ $x_1 = -0{,}5t + 1$ Schnittgerade: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -0{,}5 \\ 0{,}5 \\ 1 \end{pmatrix}$ (3) H ist parallel zur x_3-Achse.

Aufgabe 6



(1) Richtig, da h'(-1)=0 und ein VZW von Minus nach Plus

(2) Unentscheidbar, da eine Verschiebung entlang der y-Achse möglich.

(3) Richtig, da h'(0)=1 und die Tangente auch die Steigung 1 hat.

(4) Falsch, da in diesem Bereich h'> 0 sein müsste; ist es aber nicht überall.